

Основы вычислительной гидроаэромеханики

проф. В.Я. Шкадов, доц. А.И. Алексюк

Аннотация

Излагаются основы методов численного решения уравнений механики жидкости и газов. В курсе обсуждаются следующие темы: уравнения Навье-Стокса и их упрощения; корректные постановки задач; свойства аппроксимации; анализ ошибок и устойчивость; методы решения систем линейных и нелинейных алгебраических уравнений; применение методов конечных разностей, конечных объемов и конечных элементов для численного решения модельных уравнений.

Программа курса

1. Замкнутые системы уравнений, описывающие движения вязкого совершенного газа, вязкой несжимаемой жидкости, идеального совершенного газа, идеальной несжимаемой жидкости. Различные формы записи уравнений Навье-Стокса. Уравнения пограничного слоя. Уравнения Стокса. Уравнения мелкой воды. Модельные уравнения: уравнения линейной и нелинейной конвекции, диффузии, Бюргерса.
2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Характеристики. Корректные постановки задач математической физики. Внутренняя и внешняя задачи Дирихле (Неймана). Краевая задача для уравнения теплопроводности. Задачи Коши для волнового уравнения и уравнения теплопроводности.
3. Метод конечных разностей. Аппроксимация дифференциальных уравнений. Ошибки, точность приближенного решения. Устойчивость разностной схемы. Метод Неймана исследования устойчивости. Сходимость. Теорема А.Ф. Филипова.
4. Задача Коши. Явный и неявный метод Эйлера. Метод Пикара. Методы Рунге-Кутты. Многошаговые методы. Метод Адамса. Оценки локальной и глобальной ошибок. Жесткие системы ОДУ. Решение ОДУ с особыми точками.
5. Краевая задача для ОДУ и задача на собственные значения. Метод стрельбы. Разностный метод. Метод Галеркина. *Решение задачи Блазиуса. Решение уравнения Орра-Зоммерфельда.*
6. Первое дифференциальное приближение. Монотонность, консервативность, диссипативность. Схемная вязкость.
7. Применение метода конечных разностей для решения модельных уравнений. Схемы ВВЦП, Дюфорты-Франкела, Кранка-Николсона, Лакса-Вендроффа, Мак-Кормака, "чехарда", трехслойная неявная схема. Решение стационарных задач методом установления. *Решение уравнений пограничного слоя (явная схема, метод Кранка-Николсона, метод Дородницына).* *Решение одномерных уравнений мелкой воды.* Решение нелинейных конечно-разностных уравнений (метод запаздывающих коэффициентов, простая итерационная замена, метод Ньютона).
8. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Устойчивость системы линейных алгебраических уравнений. Число обусловленности линейного оператора. Оценка относительной погрешности. Предобуславливание и факторизация. Вычисление определителя и обратной матрицы. Прямые и итерационные методы. Метод прогонки. Методы Гаусса. Обобщенный метод простой итерации. Метод Якоби. Метод Гаусса-Зейделя. Метод верхней релаксации. Метод наискорейшего градиентного спуска. Обобщенный метод минимальных невязок.
9. Решение систем нелинейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации, метод Ньютона.
10. Основы метода конечных элементов. *Решение задачи о течении вязкой жидкости в канале квадратного сечения.*
11. Основы метода конечных объемов. Точное решение задачи Римана. Метод Годунова для одномерных уравнений газовой динамики.

Литература

1. Шкадов В.Я., Запрянов З.Д. Течения вязкой жидкости. — М.: Изд-во МГУ, 1984.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. — М.: Наука, 1978.
3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. — М.: Наука, 1989.
4. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. — М.: Мир, 1990.
5. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие задачи. — М.: Мир, 1999.
6. Роч П. Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980.
7. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. — М.: Мир, 1991. — Т.1,2.
8. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т.1,2.
9. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. — М.: Мир, 1988.
10. LeVeque R.J. Finite volume methods for hyperbolic problems. — Cambridge University Press, 2002.
11. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Nithiarasu P. The Finite Element Method for Fluid Dynamics. — Elsevier, Oxford, 2013.
12. Hughes T.J.R. The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. — Dover Publications, 2000.