

# Численное моделирование течений вязких жидкостей и газов

проф. В.Я. Шкадов, доц. А.И. Алексюк

## Аннотация

В курсе рассматриваются основные подходы численного моделирования течений вязких жидкостей и газов и обсуждаются трудности, возникающие при численном решении задач гидроаэромеханики. Излагаются методы построения расчетных сеток; методы конечных элементов и конечных объемов; основы спектрального метода, метода решеточных уравнений Больцмана и методов численного моделирования течений со свободной поверхностью; вопросы оптимизации и распараллеливания вычислительных алгоритмов. Приводятся примеры реализации численных методов решения краевых задач для уравнений Навье-Стокса. Обсуждаются результаты численного моделирования.

## Программа курса

1. Классификация расчетных сеток. Методы построения структурированных расчетных сеток: алгебраические отображения, решение уравнений в частных производных. Пример построения ортогональной С-сетки. Трансфинитная интерполяция. Методы построения неструктурных расчетных сеток: триангуляция Делоне, метод продвигаемого фронта. Алгоритм “Разделяй и властвуй”. Качество расчетной сетки. Методы адаптации сетки во время счета.
2. Метод взвешенных невязок. Метод Галеркина (классическая, вариационная, матричная формулировки задачи). Построение пространств пробных и весовых функций в методе конечных элементов. Стабилизированные методы конечных элементов (SUPG-, GLS- методы). Связь с конечно-разностными схемами с искусственной вязкостью. *Решение задачи о течении вязкой жидкости в канале квадратного сечения методом конечных элементов.* Метод установления.
3. Основы спектрального метода. Ряды Фурье, полиномы Лежандра и Чебышева. Псевдоспектральный метод. *Решение задачи о распространении начального разрыва для уравнения Бюргерса спектральным методом.* Подходы повышения эффективности спектральных методов при наличии нелинейности.
4. Метод конечных объемов. Метод Годунова. Точное и приближенное решение задачи Римана. Повышение порядка точности методов типа Годунова. *Численное решение задачи о разрушении плотины методом Годунова.*
5. Постановка граничных условий при численном решении уравнений Навье-Стокса для сжимаемой и несжимаемой жидкости. *Решение задачи обтекания кругового цилиндра потоком вязкой жидкости методом конечных элементов и методом конечных объемов.*
6. Методы расчета турбулентных течений. Прямое численное моделирование (DNS). Метод моделирования крупных вихрей (LES). Решение уравнений. Рейнольдса (RANS). Спектр кинетической энергии турбулентности. Масштаб Колмогорова.
7. Основы методов численного моделирования течений со свободной поверхностью. Методы объемной доли жидкости в ячейках и функции уровня.
8. Основы метода решеточных уравнений Больцмана. Бессеточные методы. Метод сглаженных частиц. Метод частиц в ячейках.
9. Высокопроизводительные вычисления. Технологии параллельного программирования MPI и OpenMP. Построение параллельных алгоритмов решения систем линейных уравнений. Оценка эффективности параллельных алгоритмов.

## Литература

1. Шкадов В.Я., Запрянов З.Д. Течения вязкой жидкости. — М.: Изд-во МГУ, 1984.
2. Флетчер К. Численные методы на основе метода Галеркина. — М.: Мир, 1988.
3. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. — М.: Мир, 1991. — Т.1,2.
4. Андерсон Д., Таннхилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т.1,2.
5. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. — М.: Мир, 1980.
6. LeVeque R.J. Finite volume methods for hyperbolic problems. — Cambridge University Press, 2002.
7. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Nithiarasu P. The Finite Element Method for Fluid Dynamics. — Elsevier, Oxford, 2013.
8. Hughes T.J.R. The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. — Dover Publications, 2000.
9. Donea J., Huerta A. Finite element methods for flow problems. — John Wiley & Sons, 2003.
10. Liu G. R., Liu M. B. Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method. — World Scientific, 2003.