**Вопросы к экзамену по курсу «Основы механики сплошных сред»**

Лектор – доктор физ.-мат. наук, проф. М.У. Никабадзе

**V курс (гр. 507-511, 531, 533),** осенний семестр 2023

1. Определитель Грама. Декартова система координат. Дельта Кронекера. Символы Леви-Чивиты и некоторые свойства.
2. Криволинейная система координат. Координатные линии и поверхности. Ковариантные и контравариантные базисы. Фундаментальная матрица и обратная к ней матрица. Дискриминантный тензор и его компоненты. Свойства компонент дискриминантного тензора. Формулы связи между ковариантными и контравариантными базисными векторами с помощью компонент дикриминантного тензора.
3. Единичный тензор второго ранга и его компоненты в различных базисах (доказательство единственности). Изотропный тензор второго ранга. Изотропные (базисные) тензоры четвертого ранга. Представления произвольного изотропного тензора четвертого ранга при различных симметриях его компонент. Формулы преобразования компонент тензоров при переходе от одной системы координат к другой.
4. Определитель тензора второго ранга и его выражение с помощью компонент дискриминантного тензора, а также символов Леви-Чивиты. Тензор алгебраических дополнений (тензор кофакторов) для тензора второго ранга и его выражение с помощью компонент дискриминантного тензора. Обратный тензорный признак (или теорема о делении тензора).
5. Обратный тензор к тензору второго ранга и его выражение с помощью компонент дискриминантного тензора. Формулировки задач на собственные значения для тензора второго и четвертого ранга. Их характеристические уравнения и канонические представления. Канонический (главный) базис и главные направления. Инварианты тензоров второго и четвертого ранга. Выражения классических инвариантов (имеющихся в характеристическом уравнении) тензоров второго и четвертого ранга через первые инварианты их степеней и обратно. Теорема Гамильтона-Кели.
6. Представление тензора в виде суммы симметричного и кососимметричного тензоров, а также в виде суммы шарового тензора и тензора девиатора. Сопутствующий кососимметричному тензору вектор. Формулы связи между кососимметричным тензором и сопутствующим ему вектором. Ортогональный тензор (тензор поворота) и его представление с помощью угла поворота и единичного направляющего вектора оси вращения. Условие ортогональности двух тензоров. Канонические представления кососимметричного и ортогонального тензоров.
7. Деривационные формулы для ковариантных и контравариантных базисных векторов. Символы Кристоффеля первого и второго рода и их выражения через компоненты единичного тензора второго ранга. Ковариантные и контравариантные производные от компонент тензора второго ранга. Условия коммутативности повторных ковариантных производных от компонент тензора. Тензор кривизны Римана-Кристоффеля.
8. Набла-оператор Гамильтона. Градиент, дивергенция и ротор от тензора. Тензор-оператор несовместности от тензора второго ранга. Его выражение и различные эквивалентные формы равенства нулю.
9. Положительно-определенный тензор. Теорема о полярном разложении тензора. Доказать, что тензоры **Q·Q**T и **QT·Q,** где **Q –** произвольный невырожденный тензор второго ранга, положительно-определенные, и имеют одни и те же характеристические уравнения, а также – одни и те же собственные значения.
10. Предмет курса «Основы механики сплошных сред» (ОМСС). Понятие сплошной среды. Поле некоторой физической величины. Закон движения сплошной среды. Два подхода (способа) к описанию движения: лагранжев и эйлеров. Переход от лагранжева описания к эйлерову и обратно.
11. Материальная (индивидуальная, полная) производная по времени. Формулы для вычисления ускорения по скорости при лагранжевом и эйлеровом описаниях. Переменное тензорное поле, процесс изменения тензора, предыстория тензора. Локальные базисы и ковариантные производные в отсчетной и актуальной фигурациях.
12. Градиент деформации, транспортированный градиент деформации, обратный градиент деформации, обратный транспонированный градиент деформации и их представления в ортонормированном базисе декартовой системы координат. Связь между набла-операторами в отсчетной и актуальной конфигурациях.
13. Меры деформаций: правые и левые меры деформаций Коши-Грина и Альманзи. Доказательство их положительной определенности. Их канонические представления и инварианты. Геометрическое (механическое) истолкование диагональных и недиагональных компонент правой меры деформаций Коши-Грина и левой меры деформаций Альманзи. Формулы, связывающие единичные векторы в точке *M* сплошной среды в отсчетной и актуальной конфигурациях.
14. Тензоры деформаций: правые и левые тензоры деформаций Коши-Грина и Альманзи. Их выражения через соответствующие меры деформаций и единичный тензор второго ранга, а также с помощью градиента деформации. Компоненты тензоров деформаций.
15. Вектор перемещений. Выражения для градиента деформации, мер и тензоров деформаций через вектор перемещений. Тензоры линейных и малых деформаций.
16. Теорема о полярном разложении градиента деформации. Правый и левый тензоры искажений. Ортогональный тензор, сопровождающий деформацию. Канонические представления тензоров искажений. Представления ортогонального тензора, сопровождающего деформацию и градиента деформаций через собственные векторы тензоров искажений. Тензор Генки.
17. Представления тензоров деформаций в собственных базисах (канонические представления тензоров деформаций). Геометрический (механический) смысл собственных значений правого тензора искажений.
18. Скоростные характеристики движения сплошной среды. Вектор скорости. Полная производная тензора по времени. Частная (локальная) и конвективная производные по времени вектора.
19. Градиент скорости, транспонированный градиент скорости, тензор скоростей деформаций и тензор вихря. Сопутствующий тензору вихря вектор вихря. Кинематический смысл вектора вихря. Теорема Коши-Гельмгольца (о распределении скоростей в бесконечно малой окрестности любой точки сплошной среды). Дивергенция вектора скорости и ее механический смысл. Условие несжимаемости среды.
20. Условия совместности деформации. Тензор кривизны Римана-Кристоффеля. Тензор несовместности. Его связь с тензором кривизны Римана-Кристоффеля. Различные представления условия совместности деформации. Формулы Чезаро. Условия совместности деформации Сен-Венана в случае малых деформаций.
21. Циркуляция скорости. Формула стокса. Потенциал скорости. Формула Гаусса-Остроградского. Понятие потока вектора через поверхность. Дифференцирование по времени интеграла по подвижному объему.
22. Формулировка закона (аксиомы) сохранения массы для конечного индивидуального объема сплошной среды, а также момента инерции микрочастицы в случае микрополярной среды. Уравнение неразрывностей при эйлеровом и при лагранжевом описании среды. Уравнение неразрывности для несжимаемой среды.
23. Массовые и поверхностные силы и моменты, действующие на сплошную среду. Векторы напряжения и моментного напряжения. Закон (аксиома) сохранения количества движения для конечного индивидуального объема сплошной среды. Формула Коши, связывающая вектор напряжения на любой площадке с векторами напряжений на трех взаимно перпендикулярных площадках. Тензор напряжений Коши. Физический смысл компонент в декартовой системе координат. Дифференциальные уравнения движения классической сплошной среды.
24. Формулировка закона сохранения момента количества движения для конечного индивидуального объема микрополярной сплошной среды. Тензор моментных напряжений. Формула Коши, связывающая вектор моментного напряжения на любой площадке с векторами моментных напряжений на трех взаимно перпендикулярных площадках. Дифференциальное уравнение момента количества движения. Дифференциальные уравнения движения и равновесия относительно тензоров напряжений и моментных напряжений. Условия, при которых симметрия тензора напряжений является следствием закона сохранения момента количества движения.
25. Жидкости и газы в механике сплошных сред. Тензор напряжений в покоящейся жидкости. Давление. Идеальная жидкость. Уравнения Эйлера. Полные системы механических уравнений для несжимаемой идеальной жидкости и для баротропных движений сжимаемой идеальной жидкости (газа). Условие непроницаемости на поверхности твердых тел. Интегралы Бернулли и Коши-Лагранжа.
26. Вязкая жидкость. Линейно-вязкая (ньютоновская) жидкость. Связь между компонентами тензоров вязких напряжений и скоростей деформаций в изотропной линейно-вязкой жидкости (закон Навье-Стокса). Первый и второй коэффициенты вязкости (коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости). Кинематический коэффициент вязкости.
27. Уравнения Навье-Стокса. Граничное условие прилипания на поверхности твердых тел. Полная система уравнений несжимаемой линейно-вязкой жидкости.
28. Упругая среда. Линейно-упругая среда. Обобщенный закон Гука для произвольной анизотропной линейно упругой среды. Закон Гука для изотропной линейно-упругой среды при изотермических и неизотермических процессах. Обратный закон Гука. Физический смысл коэффициентов, входящих в закон Гука.
29. Уравнения Бельтрами-Мичелла (уравнения относительно тензора напряжений) со симметричным и несимметричным тензор-операторами. Классическая и новая (или постановка Победри) постановки краевых задач относительно тензора напряжений.
30. Уравнения движения и равновесия Навье-Ламе для изотропных линейно-упругих сред. Уравнения движения и равновесия относительно вектора перемещений для произвольной анизотропной линейно-упругой однородной и неоднородной сред. Тензор-операторы уравнений движения и равновесия относительно вектора перемещений.
31. Тензор-оператор кофакторов к тензор-оператору уравнения движения относительно вектора перемещений в случае однородной изотропной среды. Определитель тензор-оператора уравнений движения. Расщепление уравнения движения относительно вектора перемещений.
32. Различные типы граничных условий классической теории упругости. Тензор-оператор напряжения статических граничных условий. О расщеплении статических граничных условий. Постановки начально-краевых задач классической теории упругости при изотермических и неизотермических процессах.
33. Теорема живых сил (теорема о кинетической энергии) для классической и микрополярной сплошных сред. Работа внутренних поверхностных сил и моментов. Работа внутренних поверхностных сил в идеальной жидкости.
34. Закон сохранения энергии – Первый закон термодинамики. Формулировка закона сохранения энергии для конечного индивидуального объема для классической и микрополярной сплошных сред. Мощность внешних сил и моментов. Приток тепла. Теплопроводность. Вектор потока тепла.
35. Дифференциальное уравнение полной энергии классической и микрополярной сплошных сред. Уравнение внутренней энергии. Закон теплопроводности Фурье для изотропной и анизотропной среды. Различные типы граничных условий теплового содержания.
36. Совершенный газ. Уравнение притока тепла для идеального газа. Удельные теплоемкости в процессах с постоянным объемом и с постоянным давлением. Формула Майера. Связь между давлением и плотностью при адиабатическом движении идеального совершенного газа (адиабата Пуассона).
37. Второй закон термодинамики классической и микрополярной сплошных сред. Обратимые и необратимые процессы. Приток энтропии извне и производство энтропии.
38. Формулировка второго закона термодинамики для конечного индивидуального объема классической и микрополярной сплошных сред. Дифференциальное уравнение энтропии. Производство энтропии. Уравнение притока тепла классической и микрополярной сплошных сред.
39. Постановки связанных и несвязанных начально-краевых задач классической и микрополярной сплошных сред.

Список литературы

1. Амензаде Ю.А. Теория упругости. — М.: Высшая школа, 1976. — 272 С.
2. Баренблатт Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. — Л.: Гидрометеоиздат, 1982. — 255 с.
3. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Елементи теорй пружностi. — Львiв: Сыт, 1994. — 560 с.
4. Бондарев Е.Н., Дибасов В.Т., Рижов Ю.А., Свирщевский С.Б., Семенчиков Н.В. Аэрогидромеханика. — М.: Машиностроение, 1993.
5. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн). — М.: Наука, 1982. — 335 с.
6. Бриджмен П.У. Анализ размерностей. — Ижевск: РХД, 2001. — 148 с.
7. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. — М.: Мир, 1973. — 758 с.
8. Векуа И.Н. Основы тензорного анализа и теории ковариантов. — М.: Наука, 1978.
9. Георгиевский Д.В. Тензорно нелинейные эффекты при изотермическом деформировании сплошных сред // Успехи механики. — 2002. Т.1, №2. — С. 150-176
10. Георгиевский Д.В., Победря Б.Е. О числе независимых уравнений совместности в механике деформируемого твёрдого тела // ПММ. — 2004. - Т. 68. Вып. 6. — С. 1043-1048.
11. Годунов С.К. Элементы механики сплошной среды. — М.: Наука, 1978. — 303 с.
12. Голубева О.В. Курс механики сплошных сред. — М.: Высшая школа, 1972. — 368 с.
13. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. — М.: Мир, 1965. — 456 с.
14. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.5. Электромагнитоупргость. — Киев: Наукова думка, 1989. — 279 с.
15. Гроот С. де, Мазур П. Неравновесная термодинамика. — М.: Мир, 1964.
16. Димитриенко Ю.И. Механика сплошной среды. В четырех томах. Т. 2. Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. 559 с.
17. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990. — 312 с.
18. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 272 с.
19. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. — М.: Физматгиз. — 371 с.
20. Ильюшин А.А., Ломакин В.А., Шмаков А.П. Задачи и упражнения по механике сплошной среды. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. — 200 с.
21. Карнаухов В.Г. Связанные задачи термовязкоупругости. — Киев: Наукова думка, 1982. — 258 с.
22. Колмогоров А.Н., Фомин С.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. — М.: Наука, 1989.
23. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидродинамика. — М.: Физматгиз. Ч. 1. — 1963. — 583 с. Ч.2. — 1963. — 727 с.
24. Куликовский А.Г., Любимов Г.А. Магнитная гидродинамика. — М.: Физматгиз, 1962. — 246 с.
25. Купрадзе В.Д., Гегелиа Т.Г., Башелейшвили М.О., Бурчиуладзе Т.В. Трёхмерные задачи математической теории упругости. — Тбилиси: Изд-во Тбилисского ун-та, 1976. — 664 с.
26. Ламб Х. Гидродинамика. — М.-Ижевск: РХД. — Т.1. 2003. — 452 с. — Т.2. 2003. — 482 с.
27. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. УШ. Электродинамика сплошных сред. — М.: Физматлит, 2001. — 651 с.
28. Лехниикий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. — М.: Наука, 1977. — 416~с.
29. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с.
30. Лурье А.И. Теория упругости. — М.: Наука, 1970. — 940 с.
31. Лурье А.И.} Нелинейная теория упругости. — М.: Наука, 1980.
32. Ляв А. Математическая теория упругости. - М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. — 674 с.
33. Мак-Конелл А.Дж. Введение в тензорный анализ. — М.: Физмат-гиз, 1963. — 411 с.
34. Механика сплошных сред в задачах / Под ред. М.Э. Эглит. — М.: Московский лицей-Т. 1. 1996. — 396 с. — Т. 2. 1996. —396 c.
35. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 708 с.
36. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. — М.: Наука. — Ч. 1. 1987. — 464 с. — Ч. 2. 1987. — 359 с.
37. Никабадзе~М.У. К построению собственных тензорных столбцов в микрополярной линейной теории упругости // Вестн. Моск. ун-та. Сер.~1. Мат. Мех. 2014. № 1. С. 30-39.
38. Никабадзе М.У. Развитие метода ортогональных полиномов в механике микрополярных и классических упругих тонких тел. М.: Изд-во Московского университета. 2023. 666 с.
39. Никабадзе М.У. О некоторых вопросах тензорного исчисления с приложениями к механике. Современная математика. Фундаментальные направления. РУДН. 2015. Том 55. С. 3-194.
40. Nikabadze M.U. Topics on tensor calculus with applications to mechanics. In: J. Math. Sci., 225(1). New York: Springer Science+Business Media. 2017. pp. 1-194.
41. Новацкий В. Теория упругости. — М.: Мир, 1975. — 872 с.
42. Новожилов В.В. Теория упругости. — Л.: Судпромгиз, 1958. 370 с.
43. Овсянников Л.В. Лекции по основам газовой динамики. — М.: Наука, 1981. — 368 с.
44. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. — 264 с.
45. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. — 386 с.
46. Победря Б.Е. Модели механики сплошной среды // Фундамент. и приклад. матем. — 1997. Т.3. Вып. 1. — С. 93-128.
47. Победря Б.Е. Модели механики сплошной среды // Изв. РАН. МТТ. — 2000. — №3. — С. 47-59.
48. Победря Б.Е. Новая постановка задачи механики деформируемого твёрдого тела в напряжениях // Докл. АН СССР. — 1980. — Т. 253, №2. — С. 295-297.
49. Победря Б.Е. О теории определяющих соотношений в механике деформируемого твёрдого тела // Проблемы механики: Сб. статей к 90-летию со дня рожд. А.Ю. Ишлинского. — М.: Физматлит, 2003. — С. 635-657.
50. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. Курс лекций. "--- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.
51. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1995. — 366 с.
52. Победря Б.Е.,Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 204 с.
53. Победря Б.Е.,Шешенин С.В., Холматов Т. Задача в напряжениях. — Ташкент: Изд-во ФАН. 1988. — 200 с.
54. Прагер В. Введение в механику сплошных сред. — М.: ИЛ, 1963. — 311 с.
55. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. — М.: ИЛ, 1949. — 520 с.
56. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твёрдого тела. — М.: Наука, 1979. — 744 с.
57. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. — М.: Наука, 1967. — 664 с.
58. Савiн Г.М., Рущицький Я.Я. Елементи механи спадкових середовищ. — Киев: Вища школа, 1976. — 251 с.
59. Седов Л.И. Введение в механику сплошной среды. — М.: Физ-матгиз, 1962. — 284 с.
60. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. — М.: Наука, 1987. — 430 с.
61. Седов Л.И. Механика сплошной среды.М.: Изд-во Моск.— ун-та. — Т. 1. 2004. — 528 с. — Т. 2. 2004. — 560 с.
62. Слёзкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. — М.: ГИТТЛ, 1955. — 520 с.
63. Снеддон И.Н., Берри Д.С. Классическая теория упругости. М.: ГИФМЛ, 1961. — 220 с.
64. Сокольников И.С Тензорный анализ, теория и применение в геометрии и в механике сплошных сред. — М.: Наука, 1971. — 374 с.
65. Тамм И.Е. Основы теории электричества. — М.: Наука, 1976. — 616 с.
66. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1979. — 560 с.
67. Треффц Е. Математическая теория упругости. — Л.-М.: ГТТИ, 1934. — 172 с.
68. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред. — М.: Мир, 1975. — 592 с.
69. Федерман А. О. О некоторых общих методах интегрирования уравнений с частными производыми первого порядка // Изв. Санкт-Петербургского политехн. ин-та. Отд. техн., естествозн. и мате-мат. — 1911. — Т. 16. — С. 97-155.
70. Филоненко-Бородич М.М. Теория упругости. — М.: Физматгиз, 1959. — 364 с.
71. Чёрный Г.Г. Газовая динамика. — М.: Наука, 1988. — 424 с.
72. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. 2008.
73. Эглит М.Э., Дроздова Ю.А. Механика сплошных сред.  2012.
74. Механика сплошных  сред в задачах. Т. 1, 2. Под ред. М.Э. Эглит.
75. Эйлер Л. Новый метод определения движения твердых тел / Л. Эйлер. // Novi commentarii Acad. sci. imp. Petrop., p. 20, 1775, p. 208–238, 1776 (Opera omnia, II — p. 9). (На латинском языке).
76. Buckingham E. Model experiments and the forms of empirical equations // Trans.Amer.Soc. of Mech. Eng.- 1915. — V.37. P. 263-288.
77. Green A.E., Zerna W. Theoretical Elasticity.-N.-Y.: Dover Publ. INC, 1968. — 457 p.
78. Eringen A.C. Microcontinuum field theories. 1. Foundation and solids.- N.Y.: Springer, 1999.
79. Michell J.H. On the direct determination of stress in an elastic solid, with applications to the theory of plates. Proc. London Math. Soc., v. 31, 1900, pp. 100-124.
80. Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошной механики: пер. с англ. М.: Мир, 1976, 576 с.
81. Trusdell C.A. Rational Thermodynamics. New York: Springer-Verlag, 1984, 578 p.
82. Trusdell C.A. The Elements of Continuum Mechanics. N.Y.: Springer-Verlag, 1985, 279 p.
83. Trusdell C.A., Noll W. The Nonlinear-Field Theories of Mechanics. Springer, 2010, 600 p.
84. Курс лекций, прочитаный лектором. Осенний семестр. 2023.