"Арифметические свойства полиадических рядов с периодическими коэффициентами"

В.Г. Чирский

Для любого простого числа p ряд $K = \sum_{n=0}^{\infty} n!$ сходится в поле $p-$адических чисел. Одна из формулировок известной гипотезы Курепы утверждает, что для каждого $p > 2$ выполняется равенство $|K|_p = 1$. В частности, сумма K отлична от нуля в каждой $p-$адической метрике. Мы рассматриваем ряды вида $\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} a_n n!$, где $a_n \in \mathbb{Z}$ какая-нибудь периодическая последовательность. Они сходятся в любом поле $p-$адических чисел. Основной результат, о котором пойдёт речь в докладе утверждает, что для любого многочлена $P(x) \in \mathbb{Z}x$, $P \neq 0$, существует бесконечная последовательность полей $\mathbb{Q}_p$ в которых $P(\alpha) \neq 0$.

Для доказательства используется некоторая модификация классического метода Зигеля-Шидловского, созданного для исследования арифметических свойств значений обобщённых гипергеометрических функций в алгебраических точках. Важную часть рассуждений составляет доказательство алгебраической независимости некоторых формальных степенных рядов, удовлетворяющих линейным дифференциальным уравнениям.