

**ПРОГРАММА**  
**специального курса**  
**"Квадратичные поля и диофантовы уравнения"**  
**1/2 года. Для студентов 1 и 2 курсов**

Цель курса — изложить теорию, позволяющую решить в целых числах произвольное диофантово уравнение вида  $f(x, y) = 0$ , где  $f(x, y)$  многочлен второй степени с целыми коэффициентами.

1. Рациональные параметризации кривых второго порядка.
2. Теорема Лежандра о целых решениях уравнения  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ .
3. Квадратичные иррациональности, сопряженные числа, след и норма. Квадратичные поля. Линейность следа и мультипликативность нормы.
4. Уравнение Пелля. Бесконечность множества решений.
5. Кольцо целых чисел. Фундаментальный базис и дискриминант поля. Группа единиц квадратичного поля.
6. Цепные дроби. Свойство наилучшего приближения. Эквивалентные числа и цепные дроби. Вычисление группы единиц квадратичного поля.
7. Приведённые квадратичные иррациональности, свойство их цепных дробей. Конечность множества приведённых квадратичных иррациональностей с заданным дискриминантом.
8. Порядки в квадратичных полях. Группы единиц в порядках.
9. Цепные дроби целых квадратичных иррациональностей.
10. Модули, умножение модулей, норма модуля, мультипликативность нормы. Соответствие между модулями и формами. Представление чисел бинарными формами и подобие модулей.
11. Подобие модулей в действительных и мнимых квадратичных полях.
12. Целые точки на кривых второго порядка.

## Список литературы

- [1] Борович З.И., Шафаревич И.Р., Теория чисел, любое издание.
- [2] Ленг С., Введение в теорию диофантовых приближений, М., Мир, 1970.
- [3] Хассе Г., Лекции по теории чисел, М., Изд-во Иностранной литературы, 1953.