УДК 517.938

В. М. МИЛЛИОНЩИКОВ

О ТИПИЧНЫХ СВОЙСТВАХ УСЛОВНОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ. XV

ВВЕДЕНИЕ

1. Пусть (V^n,δ)— полное связное n-мерное риманово многообразие (V^n— дифференцируемое многообразие класса C^3, $\delta(\cdot,\cdot)$ — риманова метрика класса C^2 на V^n). Через $\rho(\cdot,\cdot)$ обозначается расстояние в этом римановом многообразии. Через (TV^n,π,V^n) обозначается касательное расслоение дифференцируемого многообразия V^n (π — проекция, TV^n — пространство этого расслоения).

2. Для дифференцируемого отображения $g:V^n\to V^n$ вводится обозначение

$$\| dg \| \underset{def}{=} \sup_{x\in V^n}\|dg_x\| \tag{B.1}$$

(dg_x — производная отображения g в точке $x\in V^n$) и. (если производная отображения g в каждой точке $x\in V^n$ не вырождена) обозначение

$$\| (dg)^{-1} \| \underset{def}{=} \sup_{x\in V^n}\|(dg_x)^{-1}\|. \tag{B.2}$$

3. Через S обозначаем множество всех диффеоморфизмов f класса C^1, биективно отображающих V^n на V^n и удовлетворяющих условию

$$\max\{\| df \|,\| (df)-1\|\}<+\infty . \tag{B.3}$$

4. Для всякого $j\in S$ через S_j обозначается множество всех $f\in S$, удовлетворяющих неравенству

$$\sup_{x\in V^n}\rho(fx,jx)<+\infty. \tag{B.4}$$

5. Через S^u обозначается множество всех диффеоморфизмов $f\in S,$ 1-струйные расширения которых равномерно непрерывны. При этом под 1-струйным расширением диффеоморфизма $f:V^n\to V^n$ понимается отображение $jet_1 f:V^n\to J_1V^n$, определяемое формулой

$$jet_1 fx \underset{(x\in V^n)}{=} (x,fx,df_x), \tag{B.5}$$

а расстояние в множестве J_1V^n 1-струй, т. е. в множестве всех троек (x,y,L), где*) $x\in V^n$, $y\in V^n$, $L\in Hom(\pi^{-1}(x),\pi^{-1}(y))$ определяется формулой

$$\rho_1((x_1,y_1,L_1),(x_2,y_2,L_2)) \underset{def}{=} \inf_{\substack{u\in(x_2,x_1)\\ \upsilon\in(y_1,y_2)}}\{s(u)+s(\upsilon)+\|\varphi_\upsilon L_2\varphi_u-L_1\|\}. \tag{B.6}$$

В формуле (В.6) использованы следующие обозначения: $G(y,z)$ — множество всех кусочно-гладких путей, идущих в многообразии V^n из точки z в точку y (при этом под кусочно-гладким путем, идущим в многообразии V^n из точки z в точку y, понимается непрерывное, имеющее кусочно-непрерывную производную, отображениеuотрезка [0, 1] в

---

*) Через $Hom(V_1,V_2)$ обозначается множество всех линейных отображений векторного пространства V_1 в векторное пространство V_2.

многообразие V^n, такое, что $u_0 = z$, $u_1 = y$ (где u_t — значение отображения u в точке $t \in [0,1]$); $s(u)$ — длина пути u; $\varphi_u : \pi^{-1}(z) \to \pi^{-1}(y)$ — параллельный перенос вдоль пути $u \in G(y,z)$.

6. При всяком $j \in S^u$ через S_j^u обозначаем множество всех тех диффеоморфизмов $f \in S$, 1-струйные расширения которых равномерно непрерывны:

$$S_j^u = S_j \bigcap S^u. \tag{B.7}$$

§ 1

1. Пусть дано $j \in S^u$. Пусть дано $f \in S_j^u$. Пусть $\bar{\delta} \in R_*^+$ удовлетворяет неравенству

$$\delta \leqslant (321 \| df \| \cdot \| (df)^{-1} \|)^{-1}. \tag{1}$$

Пусть $x \in V^n$ не является неподвижной или периодической точкой диффеоморфизма f, т. е. точки $x, fx, ..., f^m x$, все различны. Пусть дано $\bar{t} \in N$ и даны невырожденные линейные отображения

$$Z_m : \pi^{-1}(f^{m-1}x) \to \pi^{-1}(f^m x) \quad (m \in \{1, ..., \bar{t}\}),$$

удовлетворяющие неравенству

$$\| Z_m (df_{f^{m-1}x})^{-1} - I \| + \| (df_{f^{m-1}x}) Z_m^{-1} - I \| < \bar{\delta}.$$

Для всякого $r \in (0, \bar{s})$, где $\bar{s}$ — некоторое положительное число (определенное формулой (49) [1]), в [1] построено отображение $g_r : V^n \to V^n$.

В [2, 3] изучены некоторые свойства этого отображения. В этой статье продолжается изучение его свойств.

2. В силу леммы 1 [2] при всяком $r \in (0, \bar{s})$ отображение $g_r : V^n \to V^n$, определенное формулой (52) [1], принадлежит классу C^1.

Лемма 1. *При всяком $r \in (0, \bar{s})$ отображение $g_r : V^n \to V^n$, определенное формулой (52) [1], удовлетворяет неравенству*

$$\| dg_r \| < +\infty. \tag{2}$$

Доказательство. Так как $f \in S_j^u \subset S_j \subset S$, то $\| df \| < +\infty$; в силу формулы (52) [1] сужения отображений g_r и f на множество $V^n \setminus \bigcup_{m=1}^{\bar{t}} W_{m-1}$ совпадают; имеет место включение*)

$$\bigcup_{m=1}^{\bar{t}} W_{m-1} \underset{(1.17)}{\subset} \bigcup_{m=1}^{\bar{t}} \overline{V_{m-1}^{(l)}};$$

множество, стоящее в правой части этого включения, компактно, так как является объединением конечного числа компактных множеств (компактность множеств $\overline{V_k^{(l)}}$ доказана в п. 5 § 1 [1], см. там же утверждение *iii))*. Так как отображение $g_r : V^n \to V^n$ непрерывно дифференцируемо, то из совокупности утверждений, собранных в предыдущей фразе, следует неравенство (2). Лемма 1 доказана.

Пусть $\beta \in R_*^+$ таково, что при всяком имеют $r \in (0, \beta)$ место неравенства (37), (38) работы [2]; такое β существует в силу леммы 4 [2].

---

*) Ссылка на формулу (M, N), где $M \in N$, $N \in N$ есть краткая запись ссылки на формулу (N) работы $[M]$.

Лемма 2. *При всяком* $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$ производная $d(g_r)_z$ *невырождена при всяком* $z \in V^n$ *и выполнено неравенство* $\| (dg_r)^{-1} \| < +\infty$.

Доказательство. Пусть даны произвольные $r \in (0, \beta)$, $m \in \{1, ..., \bar{t}\}$, $y \in h_{m-1} W_{m-1}$. Имеем

$$\left\| \hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1} - I \right\|_{\hat{f}_m y, m}^{\hat{f}_m y, m} \underset{(2.39)}{\leqslant} \left\| \hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y - \hat{d}(\hat{f}_m)_y \right\|_{y, m-1}^{\hat{f}_m y, m} \times \left\| (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1} \right\|_{\hat{f}_m y, m}^{y, m-1} \underset{(2.37)}{\leqslant}$$

$$\underset{(2.37)}{\leqslant} 20\bar{\delta} \| df \| \cdot \left\| (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1} \right\|_{\hat{f}_m y, m}^{y, m-1} \underset{(3.34)}{\leqslant} 20\bar{\delta} \| df \| \cdot \| (df)^{-1} \| \underset{(1)}{\leqslant} \frac{1}{16}; \tag{3}$$

поясним подробно вывод неравенства, под знаком которого стоит номер, формулы (3.34): в формуле (34) [3], доказанной для всякого $u \in \hat{f}_m h_{m-1} W_{m-1}$, надо теперь положить $u = \hat{f}_m y$ и воспользоваться хорошо известным равенством $\hat{d}((\hat{f}_m)^{-1})_{\hat{f}_m u} = (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1}$; в результате из формулы (34) [3] получается неравенство

$$\left\| (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1} \right\|_{\hat{f}_m y, m}^{u, m-1} \leqslant \| (df)^{-1} \|. \tag{4}$$

Хорошо известно (и легко доказывается) следующее предложение: пусть на R^n задана некоторая норма $|\cdot|$ и пусть оператор $L \in Hom(R^n, R^n)$ удовлетворяет неравенству $\|L - I\| < 1$; тогда существует обратный оператор L^{-1} и имеют место формулы

$$L^{-1} = \sum_{k=0}^{+\infty} (I - L)^k, \ \|L^{-1}\| \leqslant \sum_{k=0}^{+\infty} \|I - L\|^k = (1 - \|I - L\|)^{-1}, \tag{5}$$

Применим это предложение к следующей ситуации: на R^n возьмем, норму $|\cdot| \underset{def}{=} |\cdot|_{\hat{f}_m y, m}$, определенную формулой (42) [2], и рассмотрим линейный оператор

$$L \underset{def}{=} \hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1} : R^n \to R^n; \tag{6}$$

тогда соответствующая норме $|\cdot|_{\hat{f}_m y, m}$ на R^n норма $\|L\|$ оператора $L \in Hom(R^n, R^n)$, согласно формулам (39) [2], (42) [2], есть $\|L\|_{\hat{f}_m y, m}^{\hat{f}_m y, m}$ (но для краткости в трех следующих фразах пишем $\|L - I\|$, $\|L^{-1}\|$ без индексов $\hat{f}_m y, m$. Условие $\|L - I\| < 1$ выполнено; более того,

$$\|L - I\| \underset{(6)}{\overset{(3)}{<}} \frac{1}{16} < \frac{1}{2}. \tag{7}$$

Поэтому оператор L, определенный формулой (6), имеет обратный, норма которого удовлетворяет неравенству

$$\|L^{-1}\| \underset{(7)}{\overset{(5)}{<}} 2. \tag{8}$$

Из существования L^{-1} следует, что оператор $\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y : R^n \to R^n$ имеет обратный $(\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1} \underset{(6)}{=} (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1} L^{-1}$; имеем

$$\left\| (\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1} \right\|_{\hat{f}_m y, m}^{y, m-1} \leqslant \left\| (\hat{d}(\hat{f}_m)_y)^{-1} \right\|_{\hat{f}_m y, m}^{y, m-1} \|L^{-1}\| \underset{(8)}{\overset{(4)}{\leqslant}} 2 \| (df)^{-1} \|.$$

Итак, доказано, что при всяких $r \in (0, \beta)$, $m \in \{1, ..., \bar{t}\}$, $y \in h_{m-1} W_{m-1}$ оператор $(\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1}$ существует и удовлетворяет неравенству

$$\left\| (\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1} \right\|_{\hat{f}_m y, m}^{y, m-1} \leqslant 2 \| (df)^{-1} \|. \tag{9}$$

Так как при всяких $r \in (0, \beta)$, $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $y \in h_{m-1}W_{m-1}$ существует оператор $(\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1}$, то в силу фраз статьи [2], содержащих формулы (6) [2], (8) [2] (поскольку производные координатных отображений h_k в каждой точке невырожденные (т. е. обратимые) линейные операторы), при всяких $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$, $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $z \in W_{m-1}$ существует оператор $(d(g_r)_z)^{-1}$.

При всяком $r \in (0, \bar{s})$ при всяком $z \in V^n \setminus \bigcup_{m=1}^{\bar{t}} W_{m-1}$ имеет место равенство $d(g_r)_z = df_z$ (см. в [2] фразу, содержащую формулу (4)).

При всяком $z \in V^n$ существует оператор $(df_z)^{-1}$ (так как $f \in S$). Объединив утверждения, содержащиеся в трех предыдущих фразах, получаем: при всяком $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$ при всяком $z \in V^n$ существует оператор $(d(g_r)_z)^{-1}$ (т. е. при всяком $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$ производная невырождена $d(g_r)_z$ при всяком $z \in V^n$).

Пусть даны произвольные $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$, $m \in \{1,...,\bar{t}\}$. Имеют место включения

$$\hat{f}_m h_{m-1} W_{m-1} \underset{(1.54)}{\subset} \overline{S_q^c}, \tag{10}$$

$$\hat{g}_{m,r} h_{m-1} W_{m-1} \underset{(1.64)}{\subset} \overline{S_q^c}, \tag{11}$$

$$\overline{S_q^c} \underset{(1.14)}{\subset} h_m V_m \tag{12}$$

.

Имеем (через I обозначаем здесь отображение l_{R^n}, а множество $\overline{S_q^c}$ обозначается далее (до леммы 3 через S_q)

$$\theta_m \underset{def}{=} \sup_{(u,\upsilon) \in S_q \times S_q} \|I\|_{\upsilon,m}^{u,m} \underset{(2.39)}{<} +\infty, \tag{13}$$

так как множество S_q компактно, $S_q \subset h_m V_m$ (см. формулу (12)), а функции $g_{ij}^{(m)}(\cdot)$ (см. формулу (30) [1]) непрерывны на множестве $h_m V_m$. При всяком $y \in h_{m-1}W_{m-1}$ имеем

$$\left\|(\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1}\right\|_{\hat{f}_m y, m}^{y, m-1} \leqslant \left\|(\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1}\right\|_{\hat{f}_m y, m}^{y, m-1} \|I\|_{\hat{g}_{m,r} y, m}^{\hat{f}_m y, m} \underset{(9)}{\leqslant}$$

$$\underset{(9)}{\leqslant} 2\| (df)^{-1} \| \cdot \|I\|_{\hat{g}_{m,r} y, m}^{\hat{f}_m y, m} \overset{(10),(11)}{\underset{(13)}{\leqslant}} 2\| (df)^{-1} \| \theta_m. \tag{14}$$

Заменив в формулах (30) — (34) [3] $\hat{f}_m$ на $\hat{g}_{m,r}$, u на $\hat{g}_{m,r} y$, f на (g_r) ссылку на формулу (1.28) — ссылкой на формулу (1.52), $(\hat{f}_m)^{-1} u$ на y, $f^{-1} h_m^{-1} u$ на $h_{m-1}^{-1} y$ и написав (1.52) под последним равенством в (34) [3], получаем при всяком $y \in h_{m-1}W_{m-1}$ равенство

$$\left\|(\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y)^{-1}\right\|_{\hat{g}_{m,r} y, m}^{y, m-1} = \left\|(d(g_r)_{h_{m-1}^{-1} y})^{-1}\right\|. \tag{15}$$

Имеем, далее,

$$\sup_{z \in W_{m-1}} \left\|d(g_r)_z)^{-1}\right\| \overset{(14)}{\underset{(15)}{\leqslant}} 2\| (df)^{-1} \| \theta_m. \tag{16}$$

Так как неравенство (16) доказано при всяких $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$, $m \in \{1, ..., \bar{t}\}$, а при всяком $r \in (0, \bar{s})$ при всяком $z \in V^n \setminus \bigcup_{m=1}^{\bar{t}} W_{m-1}$ имеет место равенство $d(g_r)_z df_z$, то при всяком $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$ имеет место неравенство

$$\|| (dg_r)^{-1} \|| \leqslant \max\left\{ \|| (df)^{-1} \||, 2 \|| (df)^{-1} \|| \max_{m \in \{1, ..., \bar{t}\}} \theta_m \right\} \underset{(13)}{<} +\infty.$$

Лемма 2 доказана.

Лемма 3. *Существует $\gamma \in R_*^+$, такое, что $g_r \in S$ при всяком $r \in (0, \gamma)$, где g_r определено формулой (52) [1].*

Доказательство. Напомним, что множество S определено в п. 3 введения. В силу леммы 1 [2] при всяком $r \in (0, \bar{s})$ отображение $g_r : V^n \to V^n$, определенное формулой (52) [1], принадлежит классу C^1. В силу леммы [3] существует $\bar{\bar{\alpha}} \in R_*^+$, такое, что при всяком $r \in (0, \bar{\bar{\alpha}})$ отображение $g_r : V^n \to V^n$ есть инъекция V^n в V^n. В силу леммы 1 при всяком $r \in (0, \bar{s})$ отображение $g_r : V^n \to V^n$ удовлетворяет неравенству

$$\|| dg_r \|| < +\infty.$$

В силу леммы 2 при всяком $r \in (0, \min\{\bar{s}, \beta\})$ производная $d(g_r)_z$ невырождена при всяком $z \in V^n$ и выполнено неравенство $\|| (dg_r)^{-1} \|| < +\infty$.

Следовательно, найдется $\gamma \in R_*^+$ $(\gamma = \min\{\bar{s}, \bar{\bar{\alpha}}, \beta\})$, такое, что при всяком $r \in (0, \gamma)$ отображение $g_r : V^n \to V^n$, определенное формулой (52) [1], принадлежит классу C^1, является инъекцией V^n в V^n, его производная $d(g_r)_z$ в каждой точке $z \in V^n$ невырождена и удовлетворяет неравенству

$$\max\left\{ \|| dg_r \||, \|| (dg_r)^{-1} \|| \right\} < +\infty.$$

В силу утверждения, сформулированного и доказанного в п. ф) доказательства предложения 1 в [4], отсюда следует, что при всяком $r \in (0, \gamma)$ имеет место равенство $g_r V^n = V^n$.

Таким образом, при всяком $r \in (0, \gamma)$ отображение g_r принадлежит Множеству S, определенному в п. 3 введения. Лемма 3 доказана.

Напомним одно известное утверждение.

Лемма 4. *Пусть (F, d_F), (H, d_H) — метрические пространства, r — равномерно непрерывное отображение**) $(H, d_H) \to (F, d_F), s$ *— непрерывное отображение* $(H, d_H) \to (F, d_F), C$ *— компактное множество в* (H, d_H) *и пусть*

$$s \mid \text{н} \setminus \text{с} = r \mid \text{н} \setminus \text{с} \tag{17}$$

(т. е. сужения отображений s и r на дополнение к компакту C совпадают). Тогда отображение $s : (H, d_H) \to (F, d_F)$ равномерно непрерывно.

Для полноты изложения приведем доказательство сформулированной леммы.

---

*) Пишем $r : (H, d_H) \to (F, d_F)$ вместо $r : H \to F$, когда хотим подчеркнуть, относительно каких именно метрик рассматривается непрерывность или равномерная непрерывность отображения r.

Доказательство. Предположим противное. Тогда для некоторого $\varepsilon_0 \in R_*^+$ найдутся $x_m \in H$, $y_m \in H$ $(m \in N)$, такие, что

$$d_H(x_m, y_m) \xrightarrow[m\to\infty]{} 0, \tag{18}$$

но для всякого $m \in N$ имеет место неравенство

$$d_F(sx_m, sy_m) \geqslant \varepsilon_0. \tag{19}$$

Положим

$$M_C \underset{def}{=} \{m \in N : x_m \in H \setminus C, y_m \in H \setminus C\}. \tag{20}$$

Предположим, что множество $N \setminus M_C$ конечно. Тогда множество M_C содержит все натуральные числа, большие некоторого $m_0 \in N$, Для всякого натурального $m > m_0$ имеем: $m \in M_C$, т. е. $x_m \in H \setminus C$, $y_m \in H \setminus C$. Отсюда в силу (17) следует, что при всяком натуральном $m > m_0$ имеют места равенства

$$sx_m = rx_m, sy_m = ry_m \tag{21}$$

Подставив равенства (21) в формулу (19), получаем, что при всяком натуральном $m > m_0$ выполнено неравенство $d_F(rx_m, ry_m) \geqslant \varepsilon_0$. Так как $\varepsilon_0 \in R_*^+$, то отсюда в силу формулы (18) следует, что отображение $r:(H,d_H) \to (F,d_F)$ не является равномерно непрерывным. Полученное противоречие доказывает, что множество $N \setminus M_C$ бесконечно.

Из бесконечности множества $N \setminus M_C$ в силу формулы

$$N \setminus M_C \underset{(20)}{=} \{m \in N : x_m \in C\} \bigcup \{m \in N : y_m \in C\}$$

следует, что хотя бы одно из двух множеств $\{m \in N : x_m \in C\}$, $\{m \in N : y_m \in C\}$ бесконечно. Без ограничения общности (поменяв, если нужно, местами буквы *x* и *y)* будем считать, что множество $\{m \in N : x_m \in C\}$ бесконечно. Так как C — компакт, то отсюда следует существование последовательности $\{m_i\}_{i\in N}$ натуральных чисел и точки $x \in C$, таких, что

$$d_H(x_{m_i}, x) \xrightarrow[i\to\infty]{} 0. \tag{22}$$

Из (18), (22) вследствие неравенства треугольника вытекает, что

$$d_H(y_{m_i}, x) \xrightarrow[i\to\infty]{} 0. \tag{23}$$

Из (22), (23) вследствие непрерывности отображения $s:(H,d_H) \to (F,d_F)$ имеем:

$$d_F(sx_{m_i}, sx) \xrightarrow[i\to\infty]{} 0,\ d_F(sy_{m_i}, sx) \xrightarrow[i\to\infty]{} 0$$

откуда вследствие неравенства треугольника вытекает соотношение $d_F(sx_{m_i}, sy_{m_i}) \underset{i\to\infty}{\to} 0$; это противоречит неравенству $d_F(sx_m, sy_m) \underset{(19)}{\geqslant} \varepsilon_0 > 0$, имеющему место для всякого $m \in N$. Лемма 4 доказана.

Напомним еще одно известное утверждение, которое тоже для полноты изложения приведем вместе с доказательством.

Лемма 5. *Пусть компактное множество K содержится в некоторой координатной окрестности V многообразия V^n ($h: V \to R^n$ — соответствующее координатное отображение). Тогда для всякого $\theta \in R_*^+$ найдется $\aleph\kappa(\theta) \in R_*^+$, такое, что для всяких точек $z_1 \in K$, $z_2 \in K$ для всякого пути $u \in G(z_1, z_2)$, лежащего в K и имеющего длину $s(u) < \aleph_k(\theta)$, имеет место неравенство*

$$\left\| \eta_{hz_1} \varphi_u \eta_{hz_2}^{-1} - 1_{R^n} \right\| < \theta.$$

Здесь $\eta_y = \tau_y^{[n]} dh_{h^{-1}y}$ (обозначение $\tau_y^{[n]}$ объяснено в п. 6 § 1 [1]), $\|L\|_c \underset{def}{=} \sup_{a\in R^n}\{|La|_c (|a|_c)^{-1}\}$ для всякого $L \in Hom(R^n, R^n)$, где в свою очередь $|y|_c \underset{def}{=} \left(\sum_{\tau=1}^{n}|y^\tau|^2\right)^{\frac{1}{2}}$ для $y=(y^1,...,y^n)\in R^n$.

Доказательство. Сформулированная лемма в силу формулы (В.5) [6] есть непосредственное следствие утверждения, доказанного в п. 7 введения [6] (формулировка этого утверждения напечатана курсивом в конце цитируемого пункта). Лемма 5 доказана.

Лемма 6. *Существует $\omega \in (0,\bar{s})$ такое, что отображение $g_\omega : V^n \to V^n$ определенное формулой (52) [1] при $r=\omega$, принадлежит множеству S_l^u и удовлетворяет неравенству**)

$$\tilde{d}_1(f, g_\omega) \underset{def}{=} \sup_{z\in V^n} \inf_{u\in G(fz, g_\omega z)} \{s(u) + \|\varphi_u d(g_\omega)_z - df_z\|\} < 80\bar{\delta}\|| df \||.$$

Доказательство. Для всякого $r\in(0,\bar{s})$ положим (a priori неясно, число это или символ $+\infty$):

$$\tilde{d}_1(f, g_r) \underset{def}{=} \sup_{z\in V^n} \inf_{u\in G(fz, g_r z)} \{s(u) + \|\varphi_u d(g_r)_z - df_z\|\}. \tag{24}$$

Из формулы (52) [1] следует, что при всяком $r\in(0,\bar{s})$ при всяком $z \in V^n \setminus \bigcup_{m=1}^{\bar{t}} W_{m-1}$ выполнено равенство

$$g_r z = fz; \tag{25}$$

в [2] было доказано (см. там фразу, содержащую формулу (4)), что при всяком $r\in(0,\bar{s})$ при всяком $z \in V^n \setminus \bigcup_{m=1}^{\bar{t}} W_{m-1}$ выполнено равенство

$$d(g_r)_z = df_z. \tag{26}$$

Для всякой точки z, удовлетворяющей равенству (25), путь $u(fz)$, определенный формулой

$$u(fz)_t \underset{def}{=} (u(fz))_t \underset{def}{\equiv} fz \underset{(25)}{=} g_r z \quad (t\in[0,1]), \tag{27}$$

принадлежит множеству $G(fz, g_r z) = G(fz, fz)$ и удовлетворяет равенствам

$$s(u(fz)) = 0\,,\ \varphi_{u(fz)} = 1_{\pi^{-1}(fz)}. \tag{28}$$

Пусть $r\in(0,\bar{s})$,

$$z \in V^n \setminus \bigcup_{m=1}^{\bar{t}} W_{m-1}. \tag{29}$$

Так как тогда выполнены равенства (25), (26), то

$$\inf_{u\in G(fz, g_r z)} \{s(u) + \|\varphi_u d(g_r)_z - df_z\|\} \leqslant s(u(fz)) + \|\varphi_{u(fz)} d(g_r)_z - df_z\| \underset{(28)}{=} \|d(g_r)_z - df_z\| \underset{(26)}{=} 0. \tag{30}$$

Так как функция от $z\in V^n$, стоящая под знаком $\sup_{z\in V^n}$ в правой части равенства (24), принимает только неотрицательные значения, то из неравенства (30), доказанного при всяком $r\in(0,\bar{s})$ для всякого z, удовлетворяющего условию (29), следует равенство

$$\sup_{z\in V^n} \inf_{u\in G(fz, g_r z)} \{s(u) + \|\varphi_u d(g_r)_z - df_z\|\} = \max_{m\in\{1,...,\bar{t}\}} \sup_{z\in W_{m-1}} \inf_{u\in G(fz, g_r z)} \{s(u) + \|\varphi_u d(g_r)_z - df_z\|\} \tag{31}$$

при всяком $r\in(0,\bar{s})$

---

*) Смысл обозначений, использованных в этой формуле, разъяснен в п. 5 введения.

При всяких $r\in(0,\bar{s})$, $m\in\{1,...,\bar{t}\}$ имеют место включения

$$fW_{m-1}\underset{(1.19)}{\overset{(1.17)}{\subset}}V_m, \tag{32}$$

$$g_rW_{m-1}\underset{(1.53)}{\overset{(1.52)}{\subset}}V_m. \tag{33}$$

При всяких $r\in(0,\bar{s})$, $m\in\{1,...,\bar{t}\}$, $z\in W_{m-1}$, $u\in G(fz,g_rz)$ имеем (h_mfz, h_mg_rz определены, так как имеют место включения (32), (33)):

$$\varphi_u d(g_r)_z-df_z=\eta^{-1}_{m,h_mfz}\Big[(\eta_{m,h_mfz}\varphi_u\eta^{-1}_{m,h_mg_rz}-1_{R^n})\eta_{m,h_mg_rz}\times(d(g_r)_z)\eta^{-1}_{m-1,h_{m-1}z}+$$
$$+\eta_{m,h_mg_rz}(d(g_r)_z)\eta^{-1}_{m-1,h_{m-1}z}-\eta_{m,h_mfz}(df_z)\eta^{-1}_{m-1,h_{m-1}z}\Big]\eta_{m-1,h_{m-1}z} \tag{34}$$

(напомним, что отображения $\eta_{k,g}$ определены формулой (31) [1]). При всяких $r\in(0,\bar{s})$, $m\in\{1,...,\bar{t}\}$, $z\in W_{m-1}$ имеет место равенство

$$\eta_{m,h_mfz}(df_z)\eta^{-1}_{m-1,h_{m-1}z}=\hat{d}(\hat{f}_m)_{h_{m-1}z}. \tag{35}$$

В самом деле,

$$\eta_{m,h_mfz}(df_z)\eta^{-1}_{m-1,h_{m-1}z}\underset{(1.31)}{=}\tau^{[n]}_{h_mfz}d(h_m)_{fz}(df_z(d(h_{m-1})_z)^{-1}(\tau^{[n]}_{h_{m-1}z})^{-1}\underset{(1.28)}{=}$$
$$\underset{(1.28)}{=}\tau^{[n]}_{h_mfz}d(\hat{f}_m)_{h_{m-1}z}(\tau^{[n]}_{h_{m-1}z})^{-1}\underset{(2.8)}{\overset{(1.28)}{=}}\hat{d}(\hat{f}_m)_{h_{m-1}z};$$

заменив в этих выкладках f на g_r, $\hat{f}_m$ на $\hat{g}_{m,r}$ и заменив ссылку на формулу (1.28) ссылкой на формулу (1.52), получаем равенство

$$\eta_{m,h_mg_rz}(d(g_r)_z)\eta^{-1}_{m-1,h_{m-1}z}=\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_{h_{m-1}z} \tag{36}$$

(при всяких $r\in(0,\bar{s})$, $m\in\{1,...,\bar{t}\}$, $z\in W_{m-1}$).

При всяких $r\in(0,\bar{s})$, $m\in\{1,...,\bar{t}\}$, $z\in W_{m-1}$, $u\in G(fz,g_rz)$ из равенства (34) в силу равенств (35), (36) следует равенство

$$\varphi_u d(g_r)_z-df_z=\eta^{-1}_{m,h_mjz}\Big[(\eta_{m,h_mfz}\varphi_u\eta^{-1}_{m,h_mg_rz}-1_{R^n})\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y+\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y-\hat{d}(\hat{f}_m)_y\Big]\eta_{m-1,y},$$

(37)

где

$$y\underset{def}{=}h_{m-1}z, \tag{38}$$

$$h_mfz\underset{(38)}{\overset{(1.28)}{=}}\hat{f}_my. \tag{39}$$

При всяких $r\in(0,\bar{s})$, $m\in\{1,...,\bar{t}\}$, $z\in W_{m-1}$, $u\in G(fz,g_rz)$ имеем, (определив y формулой (38))

$$\|\varphi_u d(g_r)_z-df_z\|\underset{def}{=}\sup_{\mathfrak{x}\in\pi_*^{-1}(z)}\left\{(\delta((\varphi_u d(g_r)_z-df_z)\mathfrak{x},(\varphi_u d(g_r)_z-df_z)\mathfrak{x}))^{\frac{1}{2}}\times(\delta(\mathfrak{x},\mathfrak{x}))^{-\frac{1}{2}}\right\}\overset{(1.30)}{=}$$

$$\overset{(1.30)}{=}\sup_{\mathfrak{x}\in\pi_*^{-1}(z)}\Big\{(g^{(m)}_{ij}(h_mfz)(\eta_{m,h_mfz}(\varphi_u d(g_r)_z-df_z)\eta^{-1}_{m-1,y}\eta_{m-1,y}\mathfrak{x})^i(\eta_{m,h_mfz}(\varphi_u d(g_r)_z-df_z)\eta^{-1}_{m-1,y}\eta_{m-1,y}\mathfrak{x})^j)^{\frac{1}{2}}\times$$

$$\times(g^{(m-1)}_{ij}(y)(\eta_{m-1,y}\mathfrak{x})^i(\eta_{m-1,y}\mathfrak{x})^j)^{-\frac{1}{2}}\Big\}\underset{(2.39)}{=}\|\eta_{m,h_mfz}(\varphi_u d(g_r)_z-df_z)\eta^{-1}_{m-1,y}\|^{h_mfz,m}_{y,m-1}\underset{(39)}{\overset{(37)}{=}} \tag{40}$$

$$\underset{(39)}{\overset{(37)}{=}} \left\| (\eta_{m,h_m fz}\varphi_u \eta^{-1}_{m,h_m g_r z} - 1_{R^n})\hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y + \hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y - \hat{d}(\hat{f}_m)_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1} \leqslant$$

$$\leqslant \|I\|_c^{\hat{f}_m y,m} \left\| \eta_{m,h_m fz}\varphi_u \eta^{-1}_{m,h_m g_r z} - 1_{R^n} \right\|_c \times \|I\|^c_{\hat{f}_m y,m} \left\| \hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1} + \left\| \hat{d}(\hat{g}_{m,r} - \hat{f}_m)_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1},$$

где

$$\|I\|_c^{u,m} \underset{def}{=} \sup_{a\in R^n_*} \left\{ |a|_{u,m} (|a|_c)^{-1} \right\},$$

$$\|I\|^c_{u,m} \underset{def}{=} \sup_{a\in R^n_*} \left\{ |a|_c (|a|_{u,m})^{-1} \right\}.$$

Напомним, что норма $|a|_{u,m}$ определена формулой (42) [2]. При написании в формуле (40) равенства, помеченного номером формулы (2.39), использовано, кроме самой формулы (2.39), еще и равенство $\eta_{m-1,y}\pi_*^{-1}(z) = R^n$, вытекающее из определения отображений $\eta_{m-1,y}$ (см. формулу (31) [1]) в силу невырожденности линейных отображений $\tau_y^{[n]}$ и $d(h_{m-1})_z$.

При всяком $m \in \{1,...,\bar{t}\}$ имеем

$$P_{1,m} \underset{def}{=} \sup_{u\in \overline{S^c_q}} \|I\|_c^{u,m} < +\infty , \qquad (41)$$

$$P_{2,m} \underset{def}{=} \sup_{u\in \overline{S^c_q}} \|I\|^c_{u,m} < +\infty , \qquad (42)$$

так как функции $g^{(m)}_{ij}(\cdot): h_m V_m \to R$ непрерывны, а $\overline{S^c_q}$ — компактное множество, причем $\overline{S^c_q} \underset{(1.14)}{\subset} h_m V_m$.

Положим

$$P \underset{def}{=} \max_{k\in\{1,2\}, m\in\{1,...,\bar{t}\}} P_{k,m}. \qquad (43)$$

При всяких $r \in (0,\bar{s})$, $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $z \in W_{m-1}$ (определив y формулой (38)) имеем

$$\left\| \hat{d}(\hat{g}_{m,r})_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1} \leqslant \left\| \hat{d}(\hat{f}_m)_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1} + \left\| \hat{d}(\hat{g}_{m,r} - \hat{f}_m)_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1}.. \qquad (44)$$

При всяких $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $z \in W_{m-1}$ (определив y формулой (38)) имеем

$$\left\| \hat{d}(\hat{f}_m)_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1} \underset{(2.39)}{=} \sup_{a\in R^n_*} \left\{ (g^{(m)}_{ij}(\hat{f}_m y)(\hat{d}(\hat{f}_m)_y a)^i (\hat{d}(\hat{f}_m)_y a)^j)^{\frac{1}{2}} \times (g^{(m-1)}_{ij}(y) a^i a^j)^{-\frac{1}{2}} \right\} \underset{(1.30)}{=}$$

$$\underset{(1.30)}{=} \sup_{a\in R^n_*} \left\{ (\delta(\eta^{-1}_{m,\hat{f}_m y}\hat{d}(\hat{f}_m)_y a, \eta^{-1}_{m,\hat{f}_m y}\hat{d}(\hat{f}_m)_y a))^{\frac{1}{2}} \times (\delta(\eta^{-1}_{m-1,y}a, \eta^{-1}_{m-1,y}a))^{-\frac{1}{2}} \right\}, \qquad (45)$$

$$\eta^{-1}_{m,\hat{f}_m y} \underset{(1.31)}{=} (d(h_m)_{h_m^{-1}\hat{f}_m y})^{-1} (\tau^{[n]}_{\hat{f}_m y})^{-1} , \qquad (46)$$

$$\hat{d}(\hat{f}_m)_y \underset{(2.8)}{=} \tau^{[n]}_{\hat{f}_m y} d(\hat{f}_m)_y (\tau^{[n]}_y)^{-1} , \qquad (47)$$

$$\eta^{-1}_{m,\hat{f}_m y}\hat{d}(\hat{f}_m)_y \underset{(47)}{\overset{(46)}{=}} (d(h_m)_{h_m^{-1},\hat{f}_m y})^{-1} d(\hat{f}_m)_y (\tau^{[n]}_y)^{-1} \underset{(1.28)}{=} df_{h^{-1}_{m-1}y} d(h^{-1}_{m-1})_y (\tau^{[n]}_y)^{-1} \underset{(1.31)}{=} df_{h^{-1}_{m-1}y}\eta^{-1}_{m-1,y} \qquad (48)$$

$$\left\| \hat{d}(\hat{f}_m)_y \right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1} \underset{(48)}{\overset{(45)}{=}} \sup_{a\in R^n_*} \left\{ (\delta(df_{h^{-1}_{m-1}y}\eta^{-1}_{m-1,y}a, df_{h^{-1}_{m-1}y}\eta^{-1}_{m-1,y}a))^{\frac{1}{2}} \times (\delta(\eta^{-1}_{m-1,y}a, \eta^{-1}_{m-1,y}a))^{-\frac{1}{2}} \right\} \underset{(1.31)}{=}$$

$$\underset{(1.31)}{=} \sup_{\mathfrak{x}\in\pi_*^{-1}(h^{-1}_{m-1}y)} \left\{ (\delta(df_{h^{-1}_{m-1}y}\mathfrak{x}, df_{h^{-1}_{m-1}y}\mathfrak{x}))^{\frac{1}{2}} \times (\delta(\mathfrak{x},\mathfrak{x}))^{-\frac{1}{2}} \right\} = \left\| df_{h^{-1}_{m-1}y} \right\| \leqslant \|| df \|| \qquad (49)$$

При всяких $r \in (0,\bar{s})$, $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $z \in W_{m-1}$ (определив y формулой 1(38)) имеем

$$\left\|\widehat{d}(\widehat{g}_{m,r})_y\right\|_{y,m-1}^{\widehat{f}_m y,m} \underset{(49)}{\overset{(44)}{\leqslant}} \| df \| + \left\|\widehat{d}(\widehat{g}_{m,r} - \widehat{f}_m)_y\right\|_{y,m-1}^{\widehat{f}_m y,m} \tag{50}$$

При всяких $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $z \in W_{m-1}$ имеем (положив, как и в формуле (38), $y = h_{m-1}z$) $\widehat{f}_m y \underset{(38)}{=} \widehat{f}_m h_{m-1} z \underset{(1.54)}{\in} \overline{S_q^c}$, откуда в силу (41) — (43) следуют неравенства

$$\|I\|_c^{\widehat{f}_m y,m} \leqslant P, \tag{51}$$

$$\|I\|_{\widehat{f}_m y,m}^c \leqslant P. \tag{52}$$

При всяких $r \in (0,\bar{s})$, $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $z \in W_{m-1}$, $u \in G(fz, g_r z)$ имеем (определив y формулой (38))

$$\|\varphi_u d(g_r)_z - df_z\| \underset{(50)-(52)}{\overset{(40)}{\leqslant}} P^2(\| df \| + \left\|\widehat{d}(\widehat{g}_{m,r} - \widehat{f}_m)_y\right\|_{y,m-1}^{\widehat{f}_m y,m} \times$$

$$\left\|\eta_{m,h_m fz}\varphi_u \eta^{-1}_{m,h_m g_r z} - 1_{R^n}\right\|_c + \left\|\widehat{d}(\widehat{g}_{m,r} - \widehat{f}_m)_y\right\|_{y,m-1}^{\widehat{f}_m y,m} \tag{53}$$

Положим

$$\bar{\theta} \underset{def}{=} 20\bar{\delta}(1+20\bar{\delta})^{-1}P^{-2}. \tag{54}$$

При всяком $m \in \{1,...,\bar{t}\}$ для компактного множества $K_m \subset W_m$, определенного формулой (18) [2], возьмем (опираясь на лемму 5) число $\aleph_{K_m}(\bar{\theta}) \in R_*^+$, такое, что для всяких точек $z_1 \in K_m$, $z_2 \in K_m$ для всякого пути $u \in G(z_1, z_2)$, лежащего в K_m и имеющего длину $s(u) < \aleph_{K_m}(\bar{\theta})$, имеет место неравенство

$$\left\|\eta_{m,h_m z_1}\varphi_u \eta^{-1}_{m,h_m z} - 1_{R^n}\right\| \overset{(1.31)}{<} \bar{\theta}. \tag{55}$$

Имеем

$$\aleph \underset{def}{=} \min_{m \in \{1,...,\bar{t}\}} \aleph_{K_m}(\bar{\theta}) \in R_*^+ \tag{56}$$

Фиксируем $\beta \in R_*^+$, такое, что при всяком $r \in (0,\beta)$ имеют место неравенства (37) [2], (38) [2] (такое β существует в силу леммы 4 [2]). Фиксируем $\gamma \in R_*^+$, такое, что $g_r \in S$ при всяком (где $r \in (0,\gamma)$ определено g_r формулой (52) [1]) — такое γ существует в силу леммы 3. Возьмем $\omega \in \left(0, \frac{1}{2}\min\{\bar{s},\beta,\gamma\}\right)$, такое, что

$$\chi(\omega) < \min\{\aleph, 40\bar{\delta}\| df \|\}, \tag{57}$$

где $\chi(\cdot) : (0,\bar{s}) \to R^+$ — функция, обладающая свойствами, указанными в формулировке леммы 3 [2] (одно из этих свойств: $\chi(r) \xrightarrow[r \to 0]{} 0$, поэтому нужное $\omega \in \left(0, \frac{1}{2}\min\{\bar{s},\beta,\gamma\}\right)$ существует).

При всяких $m \in \{1,...,\bar{t}\}$, $z \in W_{m-1}$ возьмем путь $\upsilon(\omega,z) \in G(fz, g_\omega z)$, лежащий в K_m и удовлетворяющий неравенству

$$s(\upsilon(\omega,z)) \leqslant \chi(\omega) \tag{58}$$

(такой путь существует в силу леммы 3 [2]).

Таким образом, при всяких $m\in\left\{1,...,\bar{t}\right\}$, $z\in W_{m-1}$ путь $\upsilon(\omega,z)\in G(fz,g_{\omega}z)$, лежит в K_m и имеет длину

$$s(\upsilon(\omega,z))\underset{(58)}{\leqslant}\chi(\omega)\underset{(57)}{<}\min\left\{\aleph,40\bar{\delta}\,|||\,df\,|||\right\}\underset{(56)}{\leqslant}\min\left\{\aleph_{K_m}(\bar{\theta}),40\bar{\delta}\,|||\,df\,|||\right\} \tag{59}$$

следовательно, имеет место неравенство

$$\left\|\eta_{m,h_m fz}\varphi_{\upsilon(\omega,z)}\eta^{-1}_{m,h_m g_{\omega}z}-1_{R^n}\right\|_c\underset{(55)}{<}\bar{\theta} \tag{60}$$

При всяких $m\in\left\{1,...,\bar{t}\right\}$, $z\in W_{m-1}$ имеем (определив y формулой (38))

$$\left\|\varphi_{\upsilon(\omega,z)}d(g_{\omega})_z-df_z\right\|\underset{(53)}{\leqslant}P^2(|||\,df\,|||+\left\|\hat{d}(\hat{g}_{m,\omega}-\hat{f}_m)_y\right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1})\times$$

$$\times\left\|\eta_{m,h_m fz}\varphi_{\upsilon(\omega,z)}\eta^{-1}_{m,h_m g_{\omega}z}-1_{R^n}\right\|_c+\left\|\hat{d}(\hat{g}_{m,\omega}-\hat{f}_m)_y\right\|^{\hat{f}_m y,m}_{y,m-1}\underset{(60)}{\overset{(2.37)}{\leqslant}}$$

$$\underset{(60)}{\overset{(2.37)}{\leqslant}}P^2(|||\,df\,|||+20\bar{\delta}\,|||\,df\,|||)\bar{\theta}+20\bar{\delta}\,|||\,df\,|||\underset{(54)}{=}40\bar{\delta}\,|||\,df\,|||. \tag{61}$$

Так как $\upsilon(\omega,z)\in G(fz,g_{\omega}z)$ при всяких $m\in\left\{1,...,\bar{t}\right\}$, $z\in W_{m-1}$, то имеет место неравенство

$$\max_{m\in\left\{1,...\bar{t}\right\}}\sup_{z\in W_{m-1}}\inf_{u\in G(fz,g_{\omega}z)}\left\{s(u)+\left\|\varphi_u d(g_{\omega})_z-df_z\right\|\right\}\leqslant$$

$$\leqslant\max_{m\in\left\{1,...\bar{t}\right\}}\sup_{z\in W_{m-1}}\left\{s(\upsilon(\omega,z))+\left\|\varphi_{\upsilon(\omega,z)}d(g_{\omega})_z-df\right\|\right\}\underset{(61)}{\overset{(59)}{<}}80\bar{\delta}\,|||\,df\,||| \tag{62}$$

Имеем

$$\tilde{d}_1(f,g_{\omega})\underset{(31)}{\overset{(24)}{\leqslant}}\max_{m\in\left\{1,...\bar{t}\right\}}\sup_{z\in W_{m-1}}\inf_{u\in G(fz,g_{\omega}z)}\left\{s(u)+\left\|\varphi_u d(g_{\omega})_z-df_z\right\|\right\}\underset{(62)}{<}80\bar{\delta}\,|||\,df\,||| \tag{63}$$

Принадлежность отображения g_{ω} множеству S вытекает в силу неравенства $\omega<\gamma$ из определения числа γ. Принадлежность отображения g_{ω} множеству S_j вытекает из формулы (63), потому что $f\in S^u_j\underset{(B.7)}{\subset}S_j$, $g_{\omega}\in S$; в самом деле,

$$\sup_{z\in V^n}\rho(g_{\omega}z,jz)\leqslant\sup_{z\in V^n}\rho(fz,jz)+\sup_{z\in V^n}\rho(fz,g_{\omega}z)$$

$$\sup_{z\in V^n}\rho(fz,jz)<+\infty\quad(\text{так как } f\in S_j)$$

$$\sup_{z\in V^n}\rho(fz,g_{\omega}z)\leqslant\sup_{z\in V^n}\inf_{u\in G(fz,g_{\omega}z)}\left\{s(u)+\left\|\varphi_u d(g_{\omega})z-df_z\right\|\right\}\underset{(24)}{=}\tilde{d}_1(f,g_{\omega})\overset{(63)}{<}+\infty$$

Чтобы убедиться в том, что принадлежность отображения g_{ω} множеству S^u следует из леммы 4, надо положить в лемме 4

$$(H,d_H)=(V^n,\rho),(F,d_F)=(J_1V^n,\rho_1),\qquad r=jet_1 f$$

(напомним, что по условию $f\in S^u_j\underset{(B.7)}{\subset}S^u$, следовательно, отображение $jet_1 f:(V^n,\rho)\to(J_1V^n,\rho_1)$ равномерно непрерывно), $\left[s=jet_1 g_{\omega},C=\bigcup_{m=1}^{\bar{t}}W^{(1)}_{m-1}\right]$ (в п. 2 [2] доказано (см. первые три фразы цитируемого пункта), что сужения отображений $jet_1 f$ и $jet_1 g_{\omega}$ на множество совпадают (на $V^n\setminus\bigcup_{m=1}^{\bar{t}}W^{(1)}_{m-1}$ помним, что $\omega\in(0,\bar{s})$), а из формулы (47) [1], определяющей множества $W^{(1)}_k$ $(k\in\left\{0,...,\bar{t}\right\})$, следует, что эти множества компактны, так как они суть образы компакта $\overline{S_q^c}$ при гомоморфизмах $h_k^{-1} : h_k V_k \to V_k$ а $h_k V_k \underset{(1.47)}{\supset} \overline{S_q^c}$; так как объединение конечного множества компактов — компакт, то все условия леммы 4 выполнены. Лемма 6 доказана.

Литература

1. Миллионщиков В. М. — Дифференц. уравнения, 1985, т. 21, № 9, с. >1489 — 1498.
2. Миллионщиков В. М — Дифференц. уравнения, 1985, т. 21, № 11, с. 1905 — 1915.
3. Миллионщиков В. М — Дифференц. уравнения, 1986, т. 22, № 2, с. 216 — 223.
4. Миллионщиков В. М. — Дифференц. уравнения, 1982, т. 18, N° 6, с. 957 — 978.
5. Миллионщиков В. М. — Дифференц. уравнения, 1982, т. 18, № 5, с. 804 — 821.
6. Миллионщиков В. М. — Дифференц. уравнения, 1985, т. 21, № 2, с. 223 — 236.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
7 апреля 1983 г.