4. В. М. Миллионщиков «Типичное свойство показателей Ляпунова».

Обозначим через S_m множество всех отображений класса C^m евклидова пространства E^n в себя, наделенное топологией равномерной сходимости отображений и их производных до порядка m включительно.

Показатели Ляпунова дифференцируемого отображения $f: E^n \to E^n$ определяются для всяких $q \in \{1, \ldots, n\}$, $x \in E^n$ формулой

$$\lambda_{n-q+1}(f, x) = \inf_{R^q \in Gq(T_x E^n)} \varlimsup_{k \to +\infty} \frac{1}{k} \ln \left\| df^k \big|_{R^q} \right\|,$$

где $G_q(T_x E^n)$ — множество q-мерных касательных подпространств многообразия E^n в точке x.

Теорема. *Для всякого $m \in N$ и всякого замкнутого подпространства S топологического пространства $S_m \times E^n$ сужения на S функций*

$$(f, x) \mapsto \lambda_p(f, x) \quad (p \in \{1, \ldots, n\})$$

в типичной точке пространства S полунепрерывны сверху.

5. Нгуен Динь Конг «Стохастическая устойчивость показателей Ляпунова систем с интегральной разделенностью».

Линейная система дифференциальных уравнений

(1) $$\dot{x} = A(t)x \quad \left(x \in E^n, t \in R^+\right)$$

с ограниченными непрерывными коэффициентами называется *системой с интегральной разделенностью* (Перрон), если она имеет решения $x_1(\cdot), \ldots, x_n(\cdot)$ такие, что

$$|x_i(t)| \cdot |x_i(\tau)|^{-1} \geqslant d\, |x_{i+1}(t)| \cdot |x_{i+1}(\tau)|^{-1} \exp(\alpha(t-\tau))$$

для некоторых $d > 0$, $\alpha > 0$ и всех $i \in \{1, \ldots, n-1\}, t \geqslant \tau \geqslant 0$.

Показатели Ляпунова системы (1) называются *стохастически устойчивыми* (см. [1]), если при $\mu \to 0$ показатели Ляпунова системы $\dot{x} = A(t) + \mu C(t, \omega))x$ (элементы матрицы $C(t, \omega)$ — независимые ненулевые белые шумы) стремятся почти наверное к показателям Ляпунова системы (1).

Теорема. *Показатели Ляпунова системы с интегральной разделенностью стохастически устойчивы.*

Доказательство опирается на [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Миллионщиков В. М. К теории характеристических показателей Ляпунова// Мат. заметки.— 1970.— Т. 7, Вып. 4.— С. 503—513; 1971.— Т. 9, Вып. 6.— С. 735.

В. М. Миллионщиков «Нерешенные задачи теории стохастической устойчивости».

1°. Выразить через решения линейной системы

(1) $$\dot{x} = A(t)x$$

множество частичных пределов (в смысле сходимости почти наверное при $\mu \to 0$) показателей Ляпунова системы

(2) $$\dot{x} = A(t) + \mu C(t,\omega))x,$$

в которой элементы матрицы $C(t,\omega)$ — независимые ненулевые белые шумы.

2°. Найти условия на решения системы (1), необходимые и достаточные для того, чтобы показатели Ляпунова системы (2) имели пределы почти наверное при $\mu \to 0$.

3°. Найти условия на решения системы (1), необходимые и достаточные для того, чтобы при $\mu \to 0$ показатели Ляпунова системы (2) стремились почти наверное к показателям Ляпунова системы (1).