7. В.М.Миллионщиков «Почти периодические системы и устойчивость при постоянно действующих возмущениях».

Через f_v^t обозначим v-обмотку k-мерного тора T^k, т. е. положим $f_v^t x = x + tv (\mathrm{mod}\, 1)$ при $v \in R^k, x = (x_1, ..., x_k)(\mathrm{mod}\, 1) \in T^k$, $t \in R$. Пусть S_n^k — множество всех непрерывных отображений $A(\cdot): T^k \to End R^n$, наделенное топологией равномерной сходимости. Обозначим через $B_n^k(v)$ множество пар $(A, x) \in S_n^k \times T^k$, *не обладающих* свойством:

если показатели Ляпунова всех решений системы $\dot{u} = A(f_v^t x)u$ отрицательны, то ее нулевое решение устойчиво при постоянно действующих возмущениях.

Теорема. *При любых* $k \in N, n \in N, v \in R^k$ *множество* $B_n^k(v)$ *является множеством первой категории меры нуль в пространстве* $(S_n^k \times T^k, \mu)$, *где* μ — *произведение любой меры на* S_n^k, *в которой все борелевские множества измеримы, и меры Лебега на* T^k.

Некоторые нерешенные математические задачи, ставившиеся и обсуждавшиеся на заседаниях

В. М. Миллионщиков «Теоретико-числовые задачи о показателях Ляпунова».

А. Ф. Филиппов [1] вычислил с погрешностью $< 0{,}1$ показатели Ляпунова λ_1, λ_2 уравнения $\ddot{x} + (\cos t + \sin \sqrt{2}t)x = 0.$ Нельзя ли вычислить эти показатели точно, т. е. найти формулу, выражающую их через известные константы? В связи с этим вопросом возникает

Задача 1. Рациональны ли числа λ_1, λ_2 ?

Вполне возможно, что ответ окажется отрицательным, и тогда приобретет смысл следующая

Задача 2. Принадлежат ли λ_1, λ_2 квадратичному расширению поля рациональных чисел?

Если и этот вопрос получит отрицательный ответ, то приобретет интерес

Задача 3. Являются ли λ_1, λ_2 алгебраическими числами? Ставится также

Задача 4. Выражаются ли λ_1, λ_2 через число 1 с помощью конечного числа арифметических операций, радикалов и функций $\exp, \ln, \sin, \arcsin$?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Филиппов А. Ф. Расчет на ЭВМ характеристических показателей некоторых линейных уравнений с почти периодическими коэффициентами // Дифференц. уравнения.—1987.—Т. 23, № 6.—С. 1093.