ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ИЮНЬ 1982 г., ТОМ XVIII, № 6

ХРОНИКА

О СЕМИНАРЕ ПО КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В МОСКОВСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Ниже публикуются аннотации докладов, заслушанных в осеннем семестре 1981 г. (Предыдущее сообщение о работе семинара см. «Дифференц. уравнения», 1981, т. 17. № 11.)

В. М. Миллионщиков. (Москва) «О типичных свойствах характеристических показателей диффеоморфизмов» (16 октября 1981 г.).

Пусть V^n — связное полное n-мерное риманово многообразие. Через S обозначается множество всех диффеоморфизмов $f: V^n \to V^n$ класса C^1, имеющих обратный $f^{-1}: V^n \to V^n$ и удовлетворяющих условию

$$\sup_{x\in V^n}(\|df_x\| + \|(df_x)^{-1}\|) < +\infty .$$

В множестве S определяется расстояние

$$\overline{d}(f,g) = \sup_{x\in V^n} \inf_{u\in G(fx,gx)} \left\{\min\left\{s(u), \left[1+\rho(x,x_0)\right]^{-1}\right\} + \|\varphi_u dg_x - df_x\|\right\};$$

здесь: x_0 — некоторая фиксированная точка многообразия V^n; $G(y,z)$ — множество всех кусочно-гладких путей u, идущих в многообразии V^n из точки z в точку y; $s(u)$ — длина пути u; $\rho(\cdot,\cdot)$ — расстояние между точками многообразия V^n; φ_u — преобразование, состоящее в параллельном переносе касательных векторов вдоль пути u.

Для всяких $f \in S$, $x \in V^n$, $k \in \{1,\ldots,n\}$ показатель Ляпунова определяется формулой

$$\lambda_{n-k+1}(f,x) = \min_{R^k\in G_k(T_xV^n)} \max_{\mathfrak{x}\in R^k_*} \overline{\lim_{m\to+\infty}} \frac{1}{m}\ln\left|df^m\mathfrak{x}\right|,$$

где $G_k(T_xV^n)$ — множество всех k-мерных векторных подпространств касательного пространства T_xV^n многообразия V^n в точке x, а $R^k_* = R^k \setminus \{0\}$.

Т е о р е м а. *В метрическом пространстве $S\times V^n$ найдется всюду плотное множество C типа G_δ такое, что для всяких $(f,x)\in C$, $k\in\{1,\ldots,n-1\}$ имеет место альтернатива: либо $\lambda_{n-k}(f,x) = \lambda_{n-k+1}(f,x)$, либо подпространство*

$$l^k(f,x) \underset{def}{=} \left\{\mathfrak{x}\in T_xV^n : \overline{\lim_{m\to+\infty}} \frac{1}{m}\ln\left|df^m\mathfrak{x}\right| \le \lambda_{n-k+1}(f,x)\right\}$$

интегрально отделено от своего алгебраического дополнения l^{n-k} в пространстве T_xV^n, т. е. существуют числа $\alpha>0$, $\beta>0$ такие, что для всяких $\mathfrak{x}\in l^{n-k}$, $\mathfrak{y}\in l^k(f,x)$ и всяких целых чисел $t\ge s\ge 0$ выполнено неравенство $\left|df^t\mathfrak{x}\right|\cdot\left|df^s\mathfrak{y}\right| \ge \alpha\left|df^s\mathfrak{x}\right|\cdot\left|df^t\mathfrak{y}\right|\times\exp\left[\beta(t-s)\right]$.

З а м е ч а н и е. Если V^n — n-мерное евклидово пространство, то расстояние d определяет на S ту же топологию, что и расстояние $\tilde{\tilde{d}}(f,g) = |fx_0 - gx_0| + \sup_{x\in R^n}\|df_x - dg_x\|$.