УДК 517.926.4

В. М. МИЛЛИОНЩИКОВ

О ТИПИЧНЫХ СВОЙСТВАХ УСЛОВНОЙ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ. XII

ВВЕДЕНИЕ

1. Пусть V^n — связное дифференцируемое (класса C^3) $n-$мерное многообразие со счетной базой, на котором фиксирована некоторая риманова метрика $\delta(\cdot,\cdot)$ (класса C^2). Через (TV^n,π,V^n) обозначаем касательное расслоение многообразия V^n *(*TV^n — пространство, π — проекция касательного расслоения). С помощью римановой метрики $\delta(\cdot,\cdot)$ в многообразии V^n стандартным образом определяется расстояние $\rho(\cdot,\cdot)$.

Потребуем, чтобы метрическое пространство (V^n,ρ) было полным.

2. Через S обозначаем множество всех диффеоморфизмов f класса C^1, биективно отображающих V^n на V^n и удовлетворяющих условию

$$\max\left\{|||df|||,|||(df)^{-1}|||\right\}<+\infty, \tag{1}$$

где

$$|||df|||\underset{def}{=}\sup_{x\in V^n}||df_x||,\ |||(df)^{-1}|||\underset{def}{=}\sup_{x\in V^n}||(df_x)^{-1}||, \tag{2}$$

где в свою очередь df_x — производная отображения f в точке x, $||\cdot||$ — норма линейного отображения касательного пространства в касательное пространство, определяемая стандартным образом через нормы в касательных пространствах, индуцированные римановой метрикой $\delta(\cdot,\cdot)$.

3. Для всякого $j\in S$ через S_j обозначается множество всех $f\in S$, удовлетворяющих неравенству

$$\sup_{x\in V^n}\rho(fx,jx)<+\infty. \tag{3}$$

4. Через S^u обозначается множество всех диффеоморфизмов $f\in S$, 1-струйные расширения которых равномерно непрерывны; напомним, что 1-струйным расширением диффеоморфизма / называется отображение $jet_1 f:V^n\to J_1V^n$, определяемое формулой

$$jet_1 fx=(x,fx,df_x)\ \ (x\in V^n), \tag{4}$$

и что расстояние в J_1V^n определяется формулой (см. [1], формула (1))

$$\rho_1((x,\overline{x},L),(y,\overline{y},M))\underset{def}{=}\inf_{\substack{u\in G(y,x)\\ \upsilon\in G(\overline{x},\overline{y})}}\left\{s(u)+s(\upsilon)+||\varphi_\upsilon M\varphi_u-L||\right\} \tag{5}$$