4. В. М. М и л л и о н щ и к о в «Типичная фильтрация устойчивых многообразий».

Через $\widetilde{T}V$ обозначим топологическое пространство касательных подпространств компактного гладкого многообразия V. Множество S диффеоморфизмов класса C^1, отображающих V на V, наделяется C^1-топологией. Для всяких $\lambda \in R^-, f \in S, x \in V$ положим

$$(1) \qquad A_\lambda(f,x) = \left\{ y \in V : \overline{\lim_{m \to +\infty}} \frac{1}{m} \ln \rho(f^m y, f^m x) < \lambda \right\},$$

где $\rho(\cdot,\cdot)$ — расстояние, порожденное некоторой римановой метрикой на V; от выбора последней множество $A_\lambda(f,x)$ не зависит.

Т е о р е м а. *Для всяких* $\lambda \in R^-, f \in S, x \in V$ *имеется погруженное в* V *гладкое многообразие* $V_\lambda(f,x) \subset A_\lambda(f,x)$, *касательное пространство которого в точке* x

$$(2) \qquad T_x V_\lambda(f,x) \subset \left\{ \mathfrak{x} \in T_x V : \overline{\lim_{m \to +\infty}} \frac{1}{m} \ln \left| df^m \mathfrak{x} \right| < \lambda \right\}.$$

При этом 1) $V_\mu(f,x) \subset V_\nu(f,x)$ *для всяких* $f \in S, x \in V, \mu < \nu < 0$; 2) *для типичной* (в *смысле Бэра) точки* $(f,x) \in S \times V$, *для всякого* $\lambda \in R^-$ *включение* (2) *есть равенство*, *а отображение* $M_\lambda : S \in V \to \widetilde{T}V$, *определенное формулой* $M_\lambda(g,y) = T_y V_\lambda(g,y)$, *полунепрерывно снизу в точке* (f,x).

В. М. Миллионщиков «Некоторые задачи теории линейных дифференциальных уравнений».

1) Имеет ли уравнение

$$\ddot{x} + (\cos t + \sin\sqrt{2}t)x = 1$$

хоть одно ограниченное на прямой решение?

2) Имеет ли уравнение

$$\ddot{x} + (\cos t + \sin\sqrt{2}t)x = \cos\sqrt{3}t$$

хоть одно квазипериодическое решение?

3) Множество линейных дифференциальных уравнений вида $\dot{x} = A(t)x$, где $A(\cdot)$; $R^+ \to Hom(R^n, R^n)$ — непрерывное ограниченное отображение, наделяется структурой метрического пространства M_n заданием расстояния $d\left(A(\cdot), B(\cdot)\right) = \sup\limits_{t \in R^+} \|A(t) - B(t)\|$ (допуская вольность речи, отождествляем уравнение $\dot{x} = A(t)x$ с отображением $A(\cdot)$.

Требуется найти условия на оператор Коши уравнения $\dot{x} = A(t)x$, необходимые и достаточные для того, чтобы $A(\cdot)$ была точкой непрерывности: а) i-го показателя Ляпунова, б) верхнего особого показателя, в) нижнего особого показателя, г) верхнего центрального показателя, д) нижнего центрального показателя.

По задаче 3 см. [1] (§§ 7, 9), [2].

[1] Изобов Н. А. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений.— В кн.: Итоги науки и техники/Мат. анализ,— М.: ВИНИТИ, 1974, т. 12, с. 71—146.

[2] Сергеев И. Н. Точные верхние границы подвижности показателей Ляпунова системы дифференциальных уравнений и поведение показателей при возмущениях, стремящихся к нулю на бесконечности.— Дифференц. уравнения, 1980, т. 16, № 3,. с. 438—448.